

ШИФР 44-05

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 11 класса

МАОУ

«Средняя общеобразовательная школа №24 с углубленным изучением отдельных  
предметов имени С.П.Тимофеева»  
Старооскольского городского округа

Плутахина Арсения Витальевича

Педагог-наставник:

учитель МАОУ «СОШ №24 с УИОП  
имени С.П. Тимофеева»  
Старооскольского городского округа

Деренко Валентина Михайловна

11.1. Пусть кол-во открыток, полученное рыцарями  $-(n)$ ;  $n \in \mathbb{Z}$   
 Тогда кол-во открыток, полученное лжецами  $-(4-n)$ ;  
 Тогда кол-во рыцарей, ответивших "Да"  $-(n)$ , а ответивших "Нет"  $-(4-n)$ ;  
~~Также по определению кол-во лжецов~~  
 Тогда кол-во лжецов, ответивших "Нет"  $-(4-n)$ , а ответивших "Да"  $-(4-(4-n) = n)$   
 Это значит, что общее кол-во ответов "Да"  $-(2n)$ , а ответов "Нет"  $-(2(4-n))$   
 Так как и в  $(2n)$  и в  $(2(4-n))$ , какое-то число умножается на два, то и  $(2n)$  и  $(2(4-n))$  - четные числа;  
 Отсюда следует, что не может получиться так, чтобы  
 $4 - 2n = 2n$  и  $2(4-n) = 2n$  при  $n \in \mathbb{Z}$   
 Ответ: Нет; не можно так оказывать

где  $n_1 < n_2 < n_3$

11.2. Обозначим эти числа, как  $n_1, n_2, n_3$ , ~~соответственно~~  
 Тогда  $x_{cp} = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3}$ ; т.к.  $x_{cp}$  - кратное числу, то

$(n_1 + n_2 + n_3)$  - делится только на себя, на три, на  $x_{cp}$  и на 1

Пусть и Пусть  $n_2 - n_1 = k$ ,  $n_3 - n_2 = L$

Тогда  $(n_1 + n_2 + n_3) = 3n_1 + 2k + L$ , т.к.  $(n_1 + n_2 + n_3) = 3x_{cp}$

$$x_{cp} = \frac{3n_1 + 2k + L}{3} = n_1 + \frac{2k + L}{3}$$

Все простые числа, кроме (2) - нечетные, значит разность между простыми числами  $= 2n$ ;  $n \in \mathbb{Z}$

Тогда  $n_1 + \frac{2k + L}{3} = n_1 + 2n$ ,  $\frac{2k + L}{3} = 2n \Rightarrow$  т.к.  $\left(\frac{2k + L}{3}\right) \in \mathbb{Z}$ , то  $2n = 6q$ ;  $q \in \mathbb{Z}$

Если  $x_1, x_2, x_3$  - было ~~число~~ арифметической прогрессией, то 11-05

должно выполняться -  $x_2 = x_1$ ,  $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$

Попробуем ~~написать~~, будет ли ~~выполняться~~ <sup>второе</sup> ~~условие~~, при ~~всех~~ <sup>каждом</sup> ~~значении~~

$$x_1 + \frac{2k+L}{3} = x_1 + 6q = x_1 = x_2, \text{ тогда } x_1 + 6q = x_2,$$

$$6q = k, \text{ подставим } \frac{x_1 + 12q + L}{3} = x_1 + 6q \mid 4q + \frac{L}{3} = 6q$$

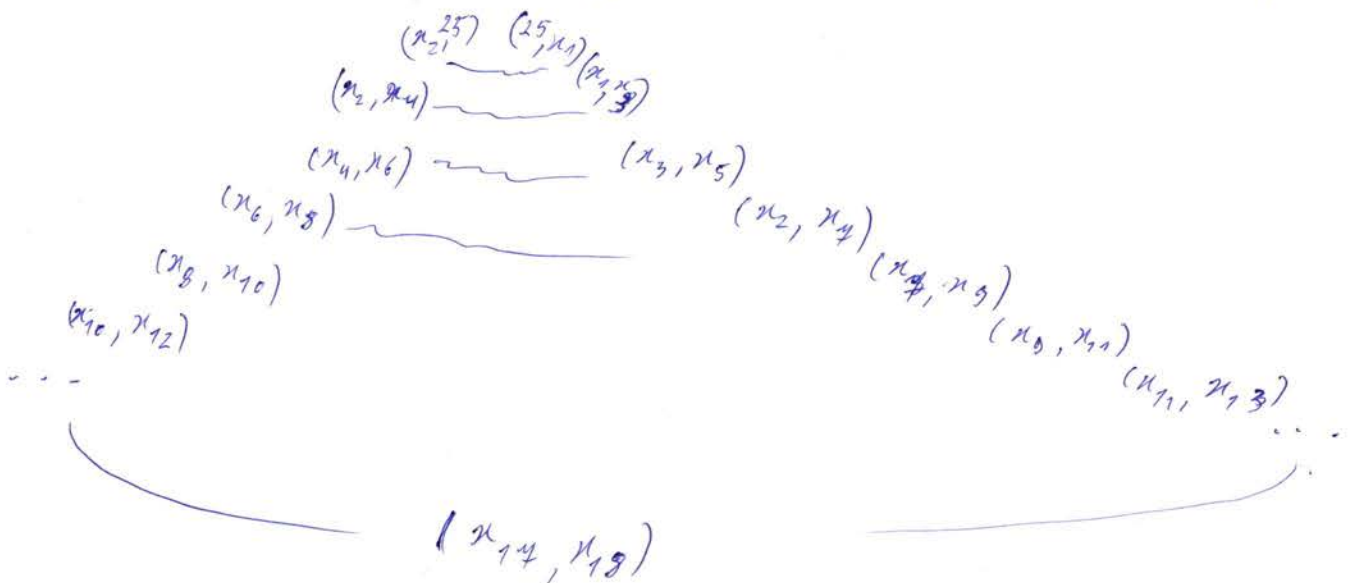
$$\frac{L}{3} = 2q, L = 6q \quad 6q = L = k; \text{ где } q \in \mathbb{Z}, \text{ т.е. } q.$$

$$(6q = x_2 - x_1 = x_3 - x_2)$$

11.3 Так как, вершины треугольников, в местах соприкосновения <sup>(соприкасаемые)</sup> ~~боковые~~ стороны двух соседних треугольников равны ~~или~~ между собой  $\Rightarrow$  всего существует 19, различных боковых сторон, или меньше по правилу построения треугольников  $a+b > c$ , выполняемое для всех сторон

Пусть боковая сторона 25 - самая большая, тогда ~~другая~~ ~~боковая сторона~~  $\Delta$ , ~~в котором эта сторона~~  $2 + x_1 > 25$ , или  $2 + x_1 \geq 26$

(Все возможные стороны будут обозначаться за  $x_i \in \mathbb{Z}$ )





проводим параллели между одинаково отдаленными от стороны 25

т.к.  $x_1 \geq 24$  и  $x_2 \geq 24$  и приравняем в эти стороны

то:

$$Робу \geq 2 \cdot 19 + 2(25 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{18})$$

$$Робу \geq 2 \cdot 19 + 2(25 + 2(x_1 + x_3 + x_5 + \dots + x_{14}))$$

так, как, наименьшие  $x_2$  и  $x_1$  будут равны (также работает для других равноудаленных)

$$x_1 \geq 24 \quad x_3 + 2 \geq x_1 + 1 \quad x_3 + 2 \geq 25$$

$$x_3 \geq x_1 - 1 \quad x_3 \geq 23$$

⇓

все промежуточные (х) будут уменьшаться на 1  $\Rightarrow$

$$Робу \geq 2 \cdot 19 + 2(25 + 19 + 2(1+2+3+4+5+6+7+8+9))$$

~~$$Робу \geq 2(250 + 19 + 45) = 2 \cdot$$~~

$$Робу \geq 2 \cdot 19 + 2(25 \cdot 19 - 90)$$

$$Робу \geq 38 + 550 - 180$$

$$Робу \geq 808 \quad \text{ч. т. д.}$$

11.4

~~$$n \cdot k = 180(n-2) \quad \text{где } n - \text{кол-во углов, а } k - \text{градусная мера одного угла}$$~~

~~$$28k = 180(28-2)$$~~

~~$$k = \frac{180 \cdot 26}{28} =$$~~

т.к. кол-во углов 28, то у нас будет 28 точек.

т.к. 28 делится нацело на 4, то некоторые из этих 28 будут лежать в  $(1; 0)$ , то другие точки из этих 28 будут лежать в  $(-1; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(0; -1)$ , а в каждой четверти

